Geometría Dinámica en Secundaria

José Antonio Mora Sánchez

I.E.S. Sant Blai de Alicante

Resumen

Los programas de Geometría Dinámica han abierto nuevas posibilidades para la geometría escolar. La principal ventaja consiste en que las figuras dejan de ser estáticas: del papel saltan a la pantalla del ordenador de una forma parecida a las figuras de M.C. Escher. Ahora se nos presentan en forma de animaciones que nos permiten observarlas desde distintos puntos de vista e incluso nos permiten interactuar con ellas al modificar ciertas condiciones en el diseño y analizar qué es lo que ocurre.

Veremos distintas formas de utilizar este software en clase para acercar los contenidos matemáticos a los estudiantes y mejorar su comprensión: resolución de problemas, realización de investigaciones, introducción y consolidación de conceptos, trabajo de exploración de situaciones o apoyo en trabajos interdisciplinares.

Abstract

The Dynamic Geometry Software offers new possibilities for the geometry in primary and secondary education. The main advantage consists on the fact that figures are not static anymore: nowadays the paper has been replaced by computer screens in a similar way as M.C. Escher's figures. Now they appear as animations that let us observe them from different points of view and even permit us to interact with them by modifying some of the characteristics of the design and analysing the outcome.

During the session, we are going to analyse the different ways to use this software in class so that students approach the mathematical contents to improve their comprehension: solving problems, carrying out research, introducing and consolidating of concepts, examining the situations or helping in interdisciplinary works.

La geometría y las nuevas tecnologías en el sistema educativo español

La situación de la Geometría en el sistema educativo español no se puede decir que sea buena. La matemática moderna tuvo un efecto devastador sobre la geometría, la hizo desaparecer casi por completo del currículo entre los años 70 y 90. Cuando a mediados de los 80 la LOGSE intentó rescatarla del olvido, había mucho trabajo por hacer, la inercia se había instalado y una generación de matemáticos –entre ellos el que suscribe-, había aprendido las matemáticas de bachillerato desde la teoría de conjuntos y en la Universidad con los libros de Bourbaki. Pocas herramientas para afrontar la enseñanza de esta rama de las matemáticas.

Cuando los libros de texto volvieron a recoger la geometría, la recuperación no iba mucho más allá de una colección de nombres y figuras estereotipadas, propiedades evidentes y un catálogo de fórmulas para el cálculo de áreas y volúmenes. La geometría, junto con la estadística ha quedado relegada al final de los libros de texto. Esa es la forma de dejarla de lado cuando no hay nada interesante que hacer con ella y además carece del valor propedéutico que tradicionalmente se le otorga a los campos numérico y algebraico.

La introducción de las nuevas tecnologías sigue un camino paralelo al de la geometría. Para el currículo de la LOGSE eran algo que tenía que llegar pero aún no se adivinaba cómo. En el decreto de mínimos de 2000 se le dedica un objetivo general y después dos de los objetivos del área hacen referencia a su utilización crítica para que supongan una ayuda en el aprendizaje. Esta declaración de intenciones en los objetivos no tiene traducción en el desarrollo de contenidos ni en los criterios de evaluación. Como señala A. Pérez Sanz (2006), *la utilización de las NNTT es un objetivo pero debe conseguirse en otras áreas*.

Con la ley de Calidad en 2003 la situación no empeoró, pero no por falta de intención, sino porque no se llegó a poner en práctica. La única mención a las NNTT en los objetivos se recogía en la introducción:"*No es recomendable la utilización de calculadoras antes de que las destrezas del cálculo elemental hayan quedado bien afianzadas*" y se refuerza esta línea en el Bachillerato cuando la única cita que se hace es para decir que "*hacer un uso racional de las NNTT*"

La LOE en 2007 retoma la utilización de las NNTT como elementos que favorecen el aprendizaje y considera una competencia básica el tratamiento de la información y la competencia digital

> *Esta competencia consiste en disponer de habilidades para buscar, obtener, procesar y comunicar información, y para transformarla en conocimiento.*
> *En síntesis, el tratamiento de la información y la competencia digital implican ser una persona autónoma, eficaz, responsable, crítica y reflexiva (…)*

En la introducción se presta gran atención a la utilización de recursos para mejorar el aprendizaje:

> *La utilización de recursos manipulativos que sirvan de catalizador del pensamiento del alumno es siempre aconsejable, pero cobra especial importancia en geometría donde la abstracción puede ser construida a partir de la reflexión sobre las ideas que surgen de la experiencia adquirida por la interacción con un objeto físico. Especial interés presentan los programas de geometría dinámica al permitir a los estudiantes interactuar sobre las figuras y sus elementos característicos, facilitando la posibilidad de analizar propiedades, explorar relaciones, formular conjeturas y validarlas*

Más adelante esta declaración de intenciones tiene su reflejo en los contenidos cuando se sugiere

El empleo de herramientas informáticas para construir, simular e investigar relaciones entre elementos geométricos.

En Bachillerato también se le dedica un párrafo en la introducción

Calculadoras, CAS y geometría dinámica pueden servir de ayuda a la comprensión de conceptos y a la resolución de problemas

También hay un objetivo de Matemáticas en el que se sugiere la utilización de la tecnología aunque en el desarrollo posterior no quede tan patente como en la ESO.

Aprovechar los recursos aportados por las tecnologías actuales para obtener y procesar información, facilitar la comprensión de fenómenos dinámicos, ahorrar tiempo en los cálculos y servir como herramienta en la resolución de problemas

La geometría dinámica (GD) en los sistemas educativos de países de nuestro entorno

La situación más favorable al empleo de la GD se da en Francia y en Alemania:

- En Francia se recomienda la utilización en los cuatro cursos de secundaria, más cuanto más alto es el curso.
- En Alemania juega un papel importante en los planes de estudios de la mayor parte de los estados federales. En algunos de ellos, el empleo de GD es obligatoria, mientras en el resto completan la educación matemática.

En países como Austria, Holanda, Luxemburgo o Suecia se recomienda en algunos casos vivamente, el uso de los programas de GD aunque no es obligatorio su uso.

En Finlandia no aparece en el plan de estudios. Sin embargo, disponen de un proyecto donde apoyan a los profesores que lo usen (particularmente, Geometers' sketchpad). En Gran Bretaña la referencia a las NNTT es global sin hacer énfasis particular en la geometría dinámica.

Inter^{2}geo (Interoperable Interactive Geometry for Europe)

Inter^{2}geo es un proyecto de la Unión Europea para los próximos tres años incluido en el programa eContentplus en el que participan algunas empresas que comercializan software de geometría dinámica (Cabri, Geogebra, Wiris, Cinderella, Tracenpoche) y universidades de seis países: Alemania, Francia, Luxemburgo, Holanda, la República Checa y España. El equipo español está formado por profesores de Didáctica de las matemáticas y de Secundaria de varias comunidades asociados a la Universidad de Cantabria y está dirigido por Tomás Recio.

Los objetivos que persigue el proyecto son:

- Obtención de un formato universal para la geometría dinámica al que todos los programas podrán exportar favoreciendo el intercambio de experiencias entre alumnos y profesores.
- Construcción de una biblioteca de contenidos con materiales prácticos comentados (construcciones geométricas, unidades didácticas, experiencias de aula, documentos teóricos, etc.), que puedan servir de guía para facilitar que el profesorado pueda implementar la GD en su clases de matemáticas.
- Experimentar materiales y asesorar sobre la calidad de los contenidos incluidos en esa base de datos.
- Organizar y poner en contacto a distintas comunidades de práctica.

La Geometría Dinámica en las aulas.

La utilización más frecuente de la Geometría Dinámica en la clase de matemáticas se hace por dos vías:

- Por los alumnos que hacen las matemáticas utilizando el ordenador como si fuera una herramienta de dibujo para resolver problemas, desarrollar proyectos de investigación o seguir lecciones diseñadas previamente.
- Por el profesor para realizar presentaciones de conceptos o procedimientos con el apoyo de un cañón de proyección conectado a un ordenador.

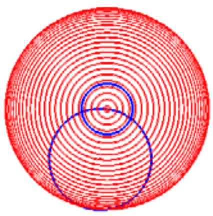
Además, actualmente se están desarrollando experiencias con nuevas formas de utilización como la tutorización de alumnos en la resolución de problemas geométricos que presenta Pedro Cobo en este núcleo temático o la confección del libro interactivo de José M. Arranz que comentaré más adelante.

Actualmente ya vamos encontrando bastantes ejemplos en Internet de la utilización de la GD que pueden sernos de gran utilidad para preparar nuestras clases. Veremos algunos de ellos:

Desarrollo de capacidades: la predicción.

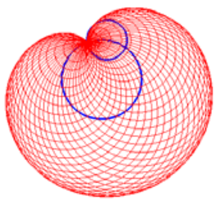
Los programas de GD son útiles para que el alumno descubra por sí mismo conceptos y procedimientos mediante la exploración de situaciones prácticas. El problema es que en muchos casos, basta con una acción de ratón para que se desvelen todas las propiedades de la figura y ya no haya que pensar más: la imagen es muy poderosa y nos convence. Desde ese punto de vista el trabajo del profesor consiste en convencer a los estudiantes de que deben pensar antes de actuar. Veremos un ejemplo con la utilización del lugar geométrico

Con frecuencia, la secuencia de trabajo en una clase de matemáticas es: *Haz, discute, descubre.* D. Fielker en su libro Rompiendo las cadenas de Euclides, propone hacer permutaciones de estos términos según la tarea que queramos proponer a los estudiantes. Cuando el alumno piensa de antemano en la situación, planifica y analiza las distintas posibilidades, puede imaginar lo que va a ocurrir, entonces la secuencia correcta podría se *Discute, haz, descubre* si lo que necesita es realizar un trabajo práctico antes de emitir hipótesis. Aún más interesante sería: *Discute, descubre, haz* cuando lo que se quiere es que emita su hipótesis y depués confirme o refute sus conjeturas.



En el trabajo con GD lo podemos ver con la siguiente tarea.:

1. Sitúa dos puntos A y B y dibuja la circunferencia con centro en A y radio en B.
2. Sitúa ahora dos puntos C y D sobre la circunferencia anterior y dibuja la circunferencia con centro en C y radio en D. ¿Cómo será el lugar geométrico de la segunda circunferencia (posiciones de la circunferencia cuando el punto se coloca en 50 puntos equidistantes sobre la primera circunferencia) respecto de D? ¿Y si lo hacemos respecto de C?

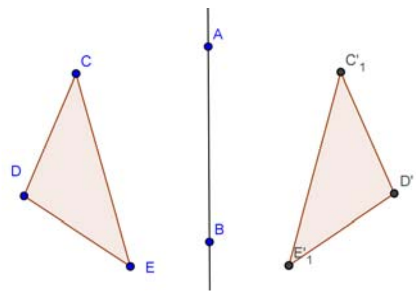


El trabajo más difícil para el profesor es impedir que el alumno deje la traza activada y se ponga a mover los círculos o que marque el botón "lugar geométrico" para hacer aparecer la figura. Los programas de GD nos pueden echar una mano en esta tarea ya que permiten ocultar algunas de las herramientas para que no estén a disposición del alumno en este archivo (en este caso eliminaríamos *lugar geométrico* y *activación de la traza*). Y es que en el momento que aparezca la imagen de la cardioide el problema habrá acabado sin pena ni gloria. Si, por el contrario, el alumno se dedica a pensar en la figura que se obtendría, analiza distintas posibilidades, explica por qué cree que será esa y no otra, intenta convencer (demostrar) a sus compañeros de por qué va a ser así y sólo después construye el lugar con el ordenador, estará desarrollando una capacidad matemática muy importante: la de predecir lo que ocurrirá en determinadas condiciones, y además estará potenciando una actitud investigadora fundamental en su desarrollo matemático.

Acercarnos a los conceptos. La simetría axial

Con la GD es muy fácil realizar un primer acercamiento de los alumnos a algunos conceptos de la geometría plana, éste es el caso de los movimientos. La secuencia de trabajo podría partir de un archivo como el de la figura con un triángulo y su simétrico respecto de una recta. La propuesta de trabajo inicial es muy distinta a la anterior: Mueve el triángulo por la pantalla y observa la figura simétrica, ¿qué conclusiones puedes extraer?. Más adelante podemos pedir que modifique la recta cambiándola por otra paralela o alterar su inclinación.

El trabajo propuesto normalmente es sorprendente y divertido al principio, sobre todo cuando el triángulo "traspasa la raya" y se sitúa del otro lado. Si no intervenimos, los alumnos pueden estar un buen rato adquiriendo experiencia pero se cansarán. El problema viene cuando les pedimos que relaten lo que están viendo, que lo pongan por escrito, que expliquen (con sus palabras) qué es la simetría axial. Si no les preguntamos nosotros por los puntos invariantes, no hablarán de ellos. En esta fase las matemáticas -y el profesor-, exigirán precisión, concisión y rigor, todos ellos adaptados al nivel de los estudiantes, teniendo claro que "cuanto más, mejor". Como estrategia didáctica, el profesor puede tomar las ideas erróneas de los estudiantes, seguirlas y obtener con sus explicaciones figuras no deseadas por ellos. Si se consigue un ambiente en el que los errores se utilizan para que la clase avance, los alumnos no tendrán miedo a equivocarse y se verán implicados en la mejora de sus ideas y las de los demás.



Más adelante podemos proponer a los alumnos la composición de dos simetrías axiales de ejes paralelos, que experimenten e intenten comparar el efecto de estas dos simetrías con una traslación. Es interesante que lleguen a darse cuenta de que la magnitud del vector traslación no depende de la posición del objeto. Más adelante podemos entrar a la composición de simetrías de ejes que se cortan en un punto.

Utilización de recursos didácticos. El gato elevador y los mecanismos de la tecnología. Comparación Cabri - Geogebra.

El primer programa de geometría dinámica que llegó a mis manos en 1995 fue Cabri II durante las JAEM de Madrid. Venía en una versión para DOS que tenía la particularidad de dejar colgado el ordenador cada 15-20 minutos. Había que llevar cuidado con la grabación de lo realizado cada 5 minutos para intentar minimizar el trabajo perdido. En esa época había estado revisando el libro de B. Bolt, *Matemáquinas* con su maravillosa descripción de los mecanismos de la tecnología con el punto de vista puesto en la geometría sintética, es decir, tomando como base la geometría de las formas y las relaciones entre ellas. Fruto de aquel trabajo fue la traducción a la geometría dinámica de una amplia colección de artefactos tecnológicos (Mora, 1997)

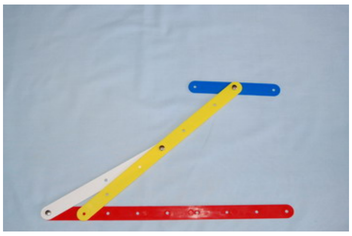
El objetivo que persigue un mecanismo es transformar un movimiento en otro mediante engranajes y articulaciones. En el caso del gato elevador y de la hamaca realizamos un movimiento de desplazamiento horizontal que nos sirve para elevar una plataforma en el primer caso o modificar la inclinación del respaldo en la hamaca. En ambos casos tenemos un triángulo con dos lados inclinados de longitud fija y otro -el horizontal-, de longitud variable. En la puerta levadiza de la derecha la posición es completamente distinta pero lo importante en geometría no es la posición sino que el triángulo es “esencialmente” el mismo, ahora realizamos un movimiento vertical para cambiar la inclinación de las hojas de la puerta y conseguir que deje pasar el coche (arriba) o se lo impida (abajo).

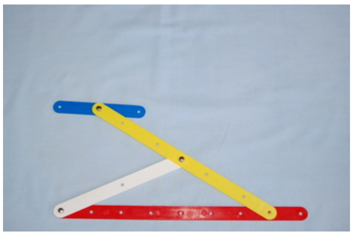
La geometría dinámica es un recurso muy potente para analizar situaciones de este tipo, podemos diseñar barras, colocarlas en el lugar adecuado, establecer relaciones entre ellas y simular el movimiento de estos mecanismos, pero no debemos olvidar que es sólo un recurso más, que no debe sustituir el proceso de manipulación que se puede realizar con varillas.

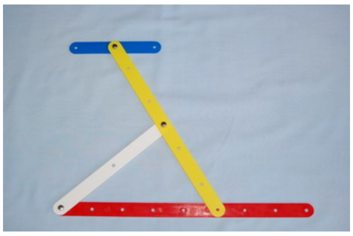
En el acta del Simposio de Valencia de 1987 en el que se realizaron Aportaciones al debate sobre las matemáticas en los 90, podemos leer:

No es la incorporación de tres o cuatro herramientas espectaculares lo que caracterizará la nueva organización de las clases, sino el uso habitual, cotidiano, de una amplísima gama de materiales que hagan del aula de matemáticas, tanto en la escuela primaria como en la secundaria, un verdadero laboratorio-taller.

Supongo que los participantes en aquel Simposio no conocíamos en ese momento ningún software de Geometría Dinámica, pero parece como si esa frase se hubiera escrito pensando en este tipo de programas y en su amplia gama de posibilidades. Si tomamos unas varillas de plástico con agujeros para poder pasar encuadernadores con el fin de articularlas, podemos construir un mecanismo muy parecido al gato, moverlo con las manos, ver cuándo es posible construir el triángulo y cuándo no, la trayectoria que describirá el punto que queremos elevar y muchos otros aspectos que nos preocupen.





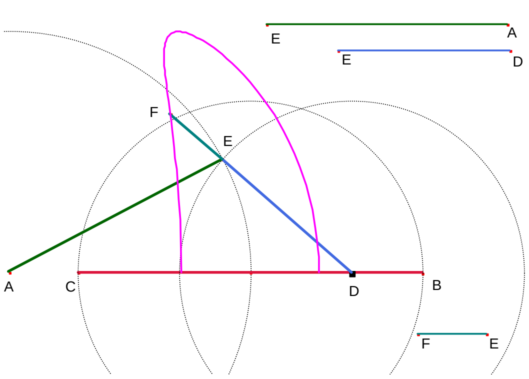


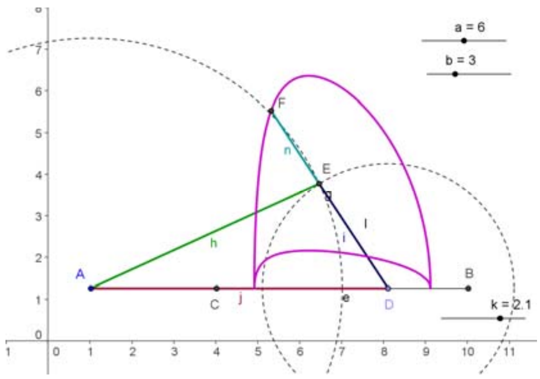
Vamos a utilizar la construcción del gato elevador para analizar similitudes y diferencias entre dos de los programas de geometría dinámica con más auge en Europa: Cabri y Geogebra. El objetivo es construir una articulación con dos barras de longitud fija (verde y azul) y otra de longitud variable (roja). Cuando desplacemos el vértice inferior derecho del triángulo, queremos que el vértice de la parte superior suba o baje.

La construcción con Cabri (izquierda) se realiza con dos segmentos auxiliares que aparecen en la parte superior. El vértice A es fijo, B lo colocaremos en un segmento horizontal cuyos extremos serán la suma y la diferencia de las longitudes de las barras (esos son los límites de la base para poder construir un triángulo). El vértice superior vendrá dado por la intersección de circunferencias con centros en A y B y radios los segmentos iniciales.

Geogebra (derecha) también puede realizar una construcción parecida, pero además tiene una ventana algebraica que permite que podamos utilizar el sistema de coordenadas para simplificar ciertas acciones. Las barras iniciales se pueden presentar por medio de deslizadores. Una vez situado el punto A, las coordenadas de B se encuentran entre dos puntos que tienen la misma ordenada y la abscisa se encuentra entre la suma y la diferencia de los dos segmentos.

El tercer vértice del triángulo se obtiene mediante la intersección de dos circunferencias. Después prolongamos el segmento azul para colocar el soporte elevador en el punto F. Ahora queremos saber cuál es el lugar geométrico del punto F cuando D toma 50 posiciones en el segmento BC sobre el que la construcción tiene sentido:

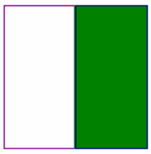




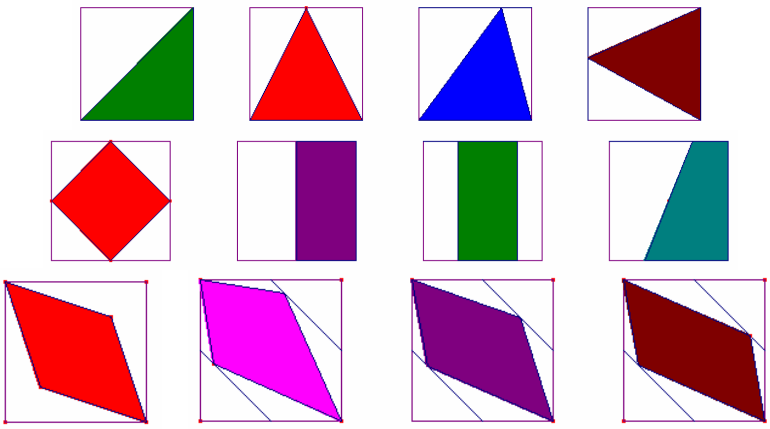
Investigaciones. La mitad del cuadrado.

La geometría es una de las partes de las matemáticas que se prestan mejor a un aprendizaje mediante investigaciones entendiendo por tal una tarea en la que el objetivo no está completamente clarificado y en la que los estudiantes han de tomar decisiones que delimiten el trabajo a realizar. Un trabajo de este tipo se expuso en Mora (1991). El problema inicial es el siguiente:

Dado un cuadrado, una forma de construir, dentro de él, un polígono cuya área sea la mitad, consiste en tomar los puntos medios de dos lados opuestos y unirlos con un segmento. Investiga otros procedimientos.



Para cada una de las soluciones que encuentran se les pide que describan el procedimiento seguido, que den el nombre de la figura obtenida y que expliquen por qué creen que la figura obtenida es la mitad del cuadrado. Algunas de las soluciones:



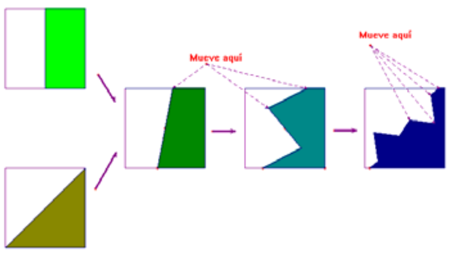
Esta investigación se realizaba en un principio con lápiz y papel, más adelante se rehizo con la ayuda de la GD y se puede encontrar completa en la dirección de Internet del ponente.

A lo largo del trabajo en clase tratamos ideas de geometría sintética:

- Utilizan la terminología geométrica y enriquecen su vocabulario en la descripción de formas y figuras.
- Profundizan en conceptos como los de polígono, área o los movimientos en el plano (traslaciones, simetrías, giros) y los relacionan con otros.
- Estiman, miden y calculan longitudes, y superficies.
- Consolidan destrezas como la utilización de fórmulas y la manipulación algebraica.
- Realizan construcciones geométricas con regla y compás y con ordenador.
- Utilizan propiedades y resultados geométricos como el teorema de Pitágoras o la semejanza.

Por otra parte, también son conocimientos los procedimientos y estrategias que se utilizan para hacer matemáticas.

- La búsqueda sistemática a la vez que imaginativa de soluciones a un problema.
- La generalización desde caso particulares y la particularización al darse cuenta de que una solución engloba a otras encontradas anteriormente.
- La formulación de conjeturas y la búsqueda de contraejemplos para refutarlas.
- La demostración utilizando argumentos geométricos y algebraicos.

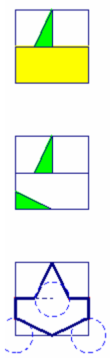
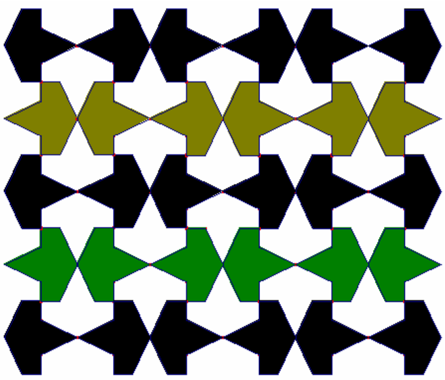


Tras esta forma de proceder en el aula, el mejor logro consiste en la actitud típicamente matemática con que el estudiante interpreta esta experiencia:

- Describen y definen las figuras obtenidas con sus propias palabras.
- Defienden sus soluciones ante sus compañeros.
- Toman decisiones en el curso de su trabajo y examinan las consecuencias de su elección.

Esta propuesta permite la diversificación del alumnado admitiendo distintos niveles de profundización en las propuestas de trabajo realizadas y además sugiere nuevas líneas de trabajo para que los alumnos más interesados puedan profundizar:

- Obtener la mitad de un círculo o de otro polígono e incluso pasar al espacio y plantearse la mitad de un cubo.
- Utilizar los diseños construidos para la mitad del cuadrado para utilizarlos como baldosas con los que construir mosaicos. Esto nos puede llevar a estudiar los mosaicos de la Alhambra.


Interdisciplinaridad. La geometría dinámica en el arte.

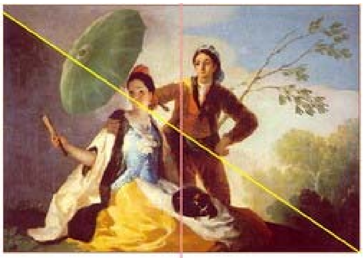
La interdisciplinaridad desde la clase de matemáticas puede ser entendida como una forma de entrar en otro campo para ver con los ojos del matemático. Los profesores nos quejamos con frecuencia de la falta de elementos en la vida real que refuercen los contenidos matemáticos. Los alumnos de la clase de historia pueden visitar un museo y les ayudará a comprender el arte de cada época y sus circunstancias históricas. La propuesta que sigue intenta que el alumno también pueda ver las ideas matemáticas en un cuadro, que las pueda utilizar después en clase y, lo que es aún mejor, cuando vea esa y otras obras, pueda sentirse más cerca de ellas con la ayuda de las matemáticas.

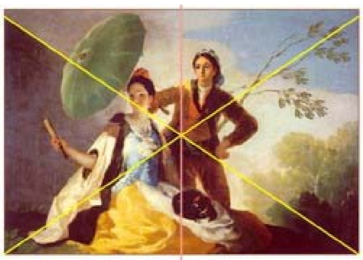
Vamos a utilizar la geometría dinámica para estudiar un cuadro de Goya, pintor que no es sospechoso de haber dejado por escrito su entusiasmo por las matemáticas. El análisis que se realiza de la obra tendrá en cuenta el proceso de composición del autor: vendría a suponer el proceso inverso al realizado por el artista: si él reúne, organiza y distribuye los elementos, las formas y los colores para componer la obra, nosotros vamos a hacer lo contrario, la diseccionamos en la búsqueda de una idea inicial que, conscientemente o no, el artista tenía en su mente previamente y después ha ido evolucionando durante su realización. Con ello pretendemos acercarnos al tipo de conocimientos y técnicas que disponía y sus intenciones.

(1) Al iniciar el estudio geométrico de la composición, resalta en primer lugar el gran muro que se encuentra a la izquierda, si lo prolongamos, comprobaremos que la línea (amarilla) se dirige al vértice inferior derecho del cuadro.

(2) Trazamos la mediatriz que divide verticalmente el rectángulo del cuadro en dos partes iguales y trazamos a la derecha (3) el segmento simétrico al muro (1) respecto de la mediatriz (2). Las ramas de la derecha que aparecen detrás del hombre tienen la inclinación de esta línea.

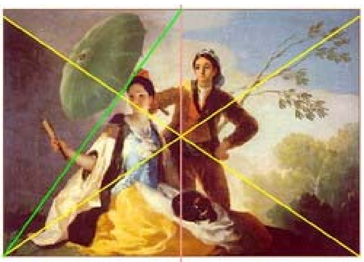

(1)

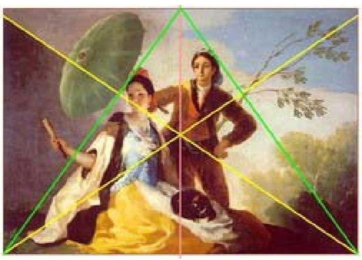

(2)

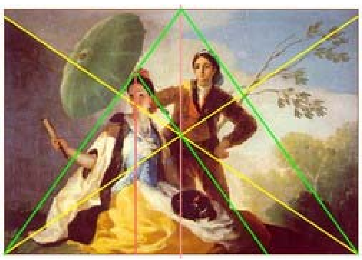

(3)

(4 y 5) Las diagonales de los dos rectángulos surgidos al trazar la mediatriz en (2) revelan la estructura triangular de la composición, los dos personajes quedan casi completamente enmarcados por esta figura.

(6) Construimos un segundo triángulo que envuelve a la mujer, dos de los lados están situados sobre los del triángulo anterior, mientras los terceros son paralelos.


(4)


(5)


(6)

En la página de Internet podemos encontrar una colección de applets java diseñados a partir de archivos de Geogebra que utilizan este proceso para mostrar los elementos geométricos de las obras. Como en el caso analizado, se plantea con una secuencia de seis pasos que va desvelando progresivamente la estructura de la composición, en cada uno se muestran nuevas líneas y figuras. A la derecha se ha colocado una especie de “mando” que hace de interruptor para que aparezcan los trazos que se superponen a la imagen del cuadro y a las líneas marcadas previamente.

Cada salto de la imagen hace aparecer un nuevo elemento que desvela una posible idea geométrica del pintor. Después de este estudio ya no veremos la obra de la misma forma en que lo hacíamos antes, cada nuevo conocimiento que adquirimos sobre el cuadro hace que cambie nuestra relación con él: el muro de la izquierda que antes podía pasar desapercibido, ahora se hace más patente, la rama de la derecha ya no está puesta al azar, su presencia cumple un objetivo, el de equilibrar las zonas superior derecha e izquierda del cuadro y las formas triangulares llevan nuestra mirada hacia los personajes.

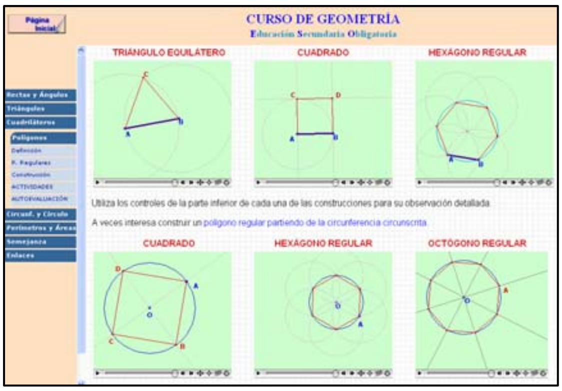
En la página de Internet se incluye el análisis de otros autores que utilizan diferentes formas geométricas para la composición: el triángulo (Goya y Rafael), el cuadrado (Ghirlandaio), el hexágono (P. de la Francesca), el rectángulo (Velázquez y Seurat) o el círculo (Tiziano). Es un conjunto de obras de distintas épocas y estilos a las que aplicamos modernas técnicas informáticas que permiten sacar a la luz lo que C. Bouleau llama la geometría secreta de los pintores.

Más aplicaciones de la Geometría Dinámica en la clase de matemáticas

El libro interactivo.

El curso Interactivo de Geometría para la Educación Secundaria de José Manuel Arranz en http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/index.htm

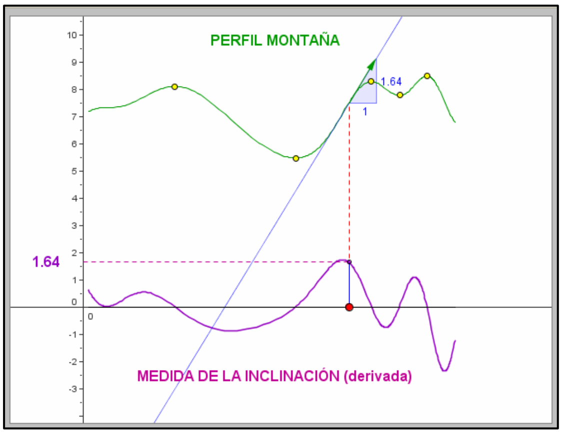
Recibió el segundo premio de materiales curriculares del CNICE en 2005. Intenta reproducir las imágenes de los cuatro cursos de geometría de Secundaria, imprimirles movimiento y conseguir que sean interactivos de forma que el estudiante tenga la posibilidad de modificar distintos elementos de la composición y comprobar el efecto que producen sus cambios.



La construcción de un concepto

La Derivada está concebida como un curso on-line destinada inicialmente a los alumnos del IES Pravía bajo la plataforma moodle en la que se puede entrar como invitado.
http://iespravia.com/moodle/course/view.php?id=3&topic=all#3

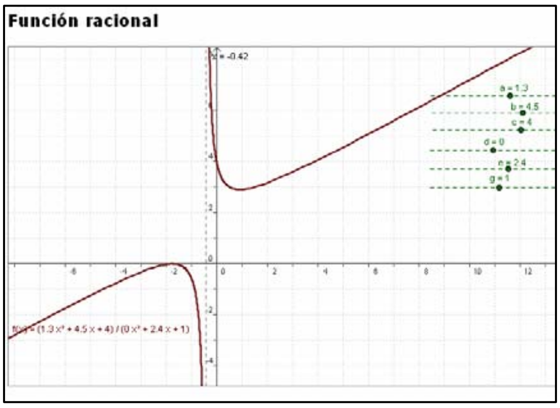
Rafael Losada ha diseñado una unidad didáctica dedicada a la comprensión de la derivada. Recorre con gran detalle todos los obstáculos que se presentan a los alumnos en la construcción del concepto. Se remonta a las ideas básicas de pendiente, continuidad o límite para llegar a la derivada en un punto, la función derivada y sus aplicaciones. En cada situación encontramos puntos móviles o parámetros con los que podemos interactuar.



Las destrezas matemáticas cambian.

Manuel Sada ha realizado una colección de webs interactivas de matemáticas, una de las cuales se dedica al estudio de familias de funciones.
http://recursos.pnte.cfnavarra.es/~msadaall/geogebra/index.htm

Con la utilización de las NNTT en especial calculadoras gráficas y programas de ordenador, cambia el foco de la enseñanza de las matemáticas, actualmente es muy importante que el alumno conozca cómo será una función a partir de su expresión analítica. En esta página Manuel nos muestra una colección de applets con diversos tipos de funciones en los que podemos modificar los parámetros para ver cómo varía la forma de la gráfica.



Bibliografía

Alonso, F y otros (1987). Aportaciones al debate sobre las matemáticas en los 90 (Ed. Mestral: Valencia).
Bolt, B. (1992). Matemáquinas. Las matemáticas que hay en la tecnología (Ed Labor: Barcelona)
Bouleau, Charles (1996). Tramas. La geometría secreta de los pintores. (Ed. Akal. Madrid)
Capdevila Ed. (1992). Las claves de la pintura. (Ed. Planeta. Barcelona)
Fielker, D. (1987) Rompiendo las cadenas de Euclides (MEC: Madrid)
Mora, J.A. (1991). La mitad de un cuadrado. Revista SUMA núm.8 pp. 11-29 (FESPM: Granada)
Mora, J.A. y Rodrigo, J. (1993). Mosaicos (2 vol.) (Ed. Proyecto Sur. Granada).
Mora, J.A. (1997). Geometría de los mecanismos con Cabri Géomètre II. (Ed. Texas Instruments. Madrid).
Mora, J.A. (1999). Matemáticas con Cabri II. (Ed. Proyecto Sur. Granada).
Mora, J.A. (2001). Un omnipoliedro para el monte Tossal de Alicante. (Concejalía de Educación del Ayuntamiento de Alicante).
Pérez, A. (2006). El profesorado de matemáticas ante las Tecnologías de la Información y la Comunicación. Gaceta de la RSME. Vol 9.2 pp. 521-544.
Walter.M. (1988) Geometría (MEC. Colección Documentos y Propuestas de Trabajo: Madrid)

Páginas de Internet

Arranz, J.M. Geometría dinámica .Geometría activa. http://roble.cnice.mecd.es/jarran2/
Inter^{2}geo. Interoperate Interactive Geometry for Europe. http://inter2geo.eu/
Losada, R. Lléname. http://www.iespravia.com/mates/recipientes/aplicacion/llename.html
Losada, R. La derivada (entrar como invitado)
http://iespravia.com/moodle/course/view.php?id=3&topic=all#3
Mora, J.A. Geometría dinámica y calculadoras gráficas en Matemáticas. http://jmora7.com/
Sada, M. Materiales didácticos para el aula de ordenadores.
http://www.pnte.cfnavarra.es/~iesozizu/departamentos/matematicas/recursos/infos/index1.html